

## Extraits de sujets de brevet sur le PGCD

### Exercice 1 :

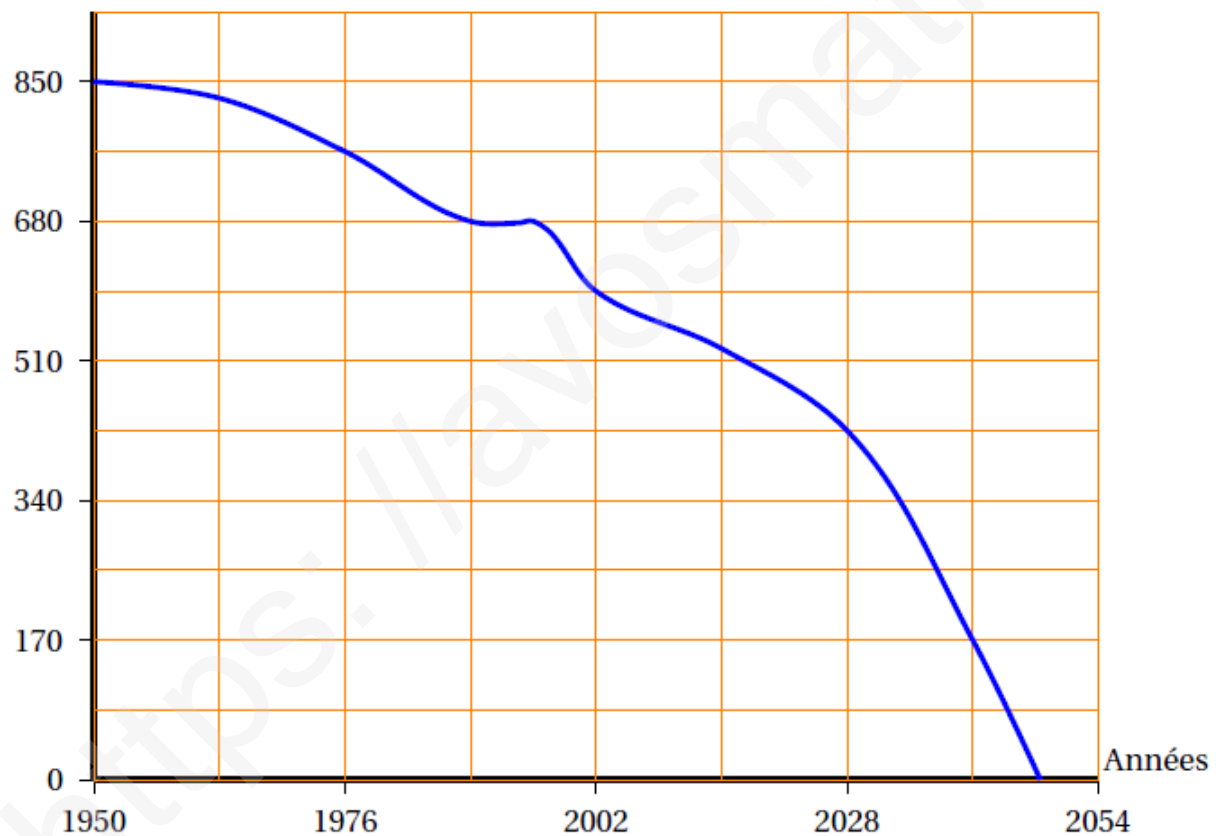
1. Les nombres 555 et 240 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Écrire la fraction  $\frac{240}{555}$  sous la forme la plus simple possible. Expliquer la démarche.

### Exercice 2 :

Voici un extrait d'article trouvé dans une revue scientifique : « Si l'Homme ne change pas son comportement de pollueur, il n'y aura plus aucun poisson à l'état sauvage dans les océans. »

Le graphique ci-dessous donne la courbe représentative d'une fonction  $f$  qui prévoit l'évolution des espèces restantes de poissons trouvées en mer.

Nombre d'espèces de poissons de pêche



1. D'après le graphique :
  - a. Déterminer le nombre d'espèces restantes de poissons en 2028.
  - b. En quelle année restait-il 595 espèces de poissons ?
  - c. Donner une estimation de l'année de disparition prévue de toutes les espèces de poissons de pêche.
2. La biologiste de l'Aquarium du Pacifique aménage une salle dédiée à trois espèces de petits poissons notées A, B et C. Voici le tableau donnant le nombre de poissons de chaque espèce dont elle dispose :

Espèce de petits poissons	A	B	C
Effectif	154	105	126

Calculer le PGCD des nombres 154 et 105, par l'algorithme de votre choix et en détaillant les étapes.

- a. Combien faudrait-il de bassins au minimum pour qu'ils contiennent exactement le même nombre de poissons de chacune des espèces A, B et C?
- b. Donner pour chaque espèce, le nombre de poissons qu'il y aurait alors dans un bassin.

### Exercice 3 :

Calculer PGCD(78 ; 130), en précisant la méthode employée et vos calculs.

Manuarii est un pâtissier confiseur, il veut vendre tous ses chocolats et ses biscuits dans des boîtes identiques. Chaque jour il peut fabriquer 78 chocolats et 130 biscuits. Avec sa production du jour, il veut remplir des boîtes contenant chacune, d'une part le même nombre de chocolats et d'autre part le même nombre de biscuits.

Justifier que 26 est le maximum de boîtes qu'il peut obtenir.

Quel est alors le nombre de chocolats et le nombre de biscuits dans chaque boîte ?

### Exercice 4 :

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur.

Il a reçu la consigne suivante :

**« Découpe dans ces plaques des carrés tous identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de cm, et de façon à ne pas avoir de perte. »**

1. Peut-il choisir de découper des plaques de 10 cm de côté ? Justifier votre réponse.
2. Peut-il choisir de découper des plaques de 11 cm de côté ? Justifier votre réponse.
3. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.
  - a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?
  - b. Combien y aura-t-il de carrés par plaques ?

### Exercice 5 :

Le patron d'un vidéoclub veut se « débarrasser » de ses vieux films DVD. Il décide d'en faire des lots pour récompenser en fin d'année ses meilleurs abonnés. Il y a 2 646 films pour enfants et 4 410 films divers à offrir.

Le gérant veut :

- que les lots soient tous identiques (c'est-à-dire qu'il y ait le même nombre de films pour enfants et de films divers dans chaque lot)
- que tous les films soient utilisés dans les lots.

1. Combien de lots, au maximum, le gérant peut-il faire ? Expliquer votre raisonnement.
2. Donner alors la composition de chaque lot.

### Exercice 6 :

1. Calculer le PGCD de 1 755 et 1 053. Justifier votre réponse.
2. Écrire la fraction  $\frac{1\ 053}{1\ 755}$  sous la forme irréductible.
3. Un collectionneur de coquillages (un conchyliologue) possède 1 755 cônes et 1 053 porcelaines.  
Il souhaite vendre toute sa collection en réalisant des lots identiques, c'est-à-dire comportant le même nombre de coquillages et la même répartition de cônes et de porcelaines.
  - a. Quel est le nombre maximum de lots qu'il pourra réaliser ?
  - b. Combien y aura-t-il, dans ce cas, de cônes et de porcelaines par lot ?

### Exercice 7 :

1. Déterminer le PGCD de 260 et de 90 en détaillant les calculs intermédiaires.
2. Pour réaliser un « tifaifai », (genre de couvre-lit), Tina doit découper des carrés dans un tissu de soie blanc rectangulaire de 260 cm de long sur 90 cm de large.  
Tout le tissu doit être utilisé. Chaque carré doit avoir le plus grand côté possible.  
Montrer que la longueur du côté d'un carré est 10 cm.  
Combien de carrés pourra-t-elle obtenir ?
3. Sur certains carrés, elle veut faire imprimer un « tiki » et sur d'autres un « tipanier ». La société « Arii porinetia » lui propose le devis suivant créé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D
1	impression du motif	prix unitaire en F	quantité	prix total en F
2	tiki	75	117	8 775
3	tipanier	80	117	9 360
4				
5	Total			

Pour obtenir le prix total des impressions des carrés, quelle formule doit-on saisir dans la cellule D5 ? Parmi les 4 formules proposées, recopier sur votre copie la bonne formule :

D2 + D3

= SOMME (D2 : D3)

9 360 + 8 775

=SOMME (D2 : D5)

### Exercice 8 :

1. Déterminer le PGCD de 120 et 144 par la méthode de votre choix. Faire apparaître les calculs intermédiaires.
2. Un vendeur possède un stock de 120 flacons de parfum au tiare et de 144 savonnettes au monoï.  
Il veut écouler tout ce stock en confectionnant le plus grand nombre de coffrets « Souvenirs de Polynésie » de sorte que :
  - le nombre de flacons de parfum au tiare soit le même dans chaque coffret;
  - le nombre de savonnettes au monoï soit le même dans chaque coffret ;
  - tous les flacons et savonnettes soient utilisés.Trouver le nombre de coffrets à préparer et la composition de chacun d'eux.

L'évaluation de cette question tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes ; les faire apparaître sur la copie.

3. L'algorithme des soustractions successives permet de trouver le PGCD de deux entiers donnés.

Il utilise la propriété suivante :

«  $a$  et  $b$  étant deux entiers positifs tels que  $a$  supérieur à  $b$ ,  $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; a - b)$ . »

Sur un tableur, Heiarii a créé cette feuille de calcul pour trouver le PGCD de 2 277 et 1 449.

	A	B	C
1	$a$	$b$	$a - b$
2	2 277	1 449	828
3	1 449	828	621
4	828	621	207
5	621	207	414
6	414	207	207
7	207	207	0

a. En utilisant sa feuille de calcul, dire quel est le PGCD de 2 277 et 1 449.

b. Quelle formule a-t-il écrite dans la cellule C2 pour obtenir le résultat indiqué dans cette cellule par le tableur ?

### Exercice 9 :

Un plaquiste souhaite recouvrir un mur rectangulaire avec des plaques isolantes. Ce mur mesure 270 cm de haut sur 330 cm de large.

Les plaques isolantes doivent être de forme carrée, les plus grandes possibles et il ne veut pas de chutes.

1. Calculer le PGCD des nombres 330 et 270 en indiquant la méthode utilisée.

2. En déduire les dimensions d'une de ces plaques isolantes et le nombre de plaques nécessaires.

### Exercice10 :

Un chocolatier dispose de 1 575 bonbons au chocolat blanc et de 4 410 bonbons au chocolat noir.

Afin de préparer les fêtes de fin d'année, il veut répartir ses chocolats dans des boîtes de la manière suivante :

- tous les chocolats doivent être utilisés
- toutes les boîtes doivent avoir la même composition.

De plus il veut réaliser le plus grand nombre de boîtes possible.

1. Combien pourra-t-il faire de boîtes ? Justifier votre réponse.

2. Dans chaque boîte, combien y aura-t-il de chocolats blancs et de chocolats noirs ? Justifier.

### **Exercice 11 :**

On considère la fraction  $\frac{190}{114}$

.

1. Expliquer pourquoi cette fraction n'est pas irréductible.
2. Déterminer le PGCD des nombres 190 et 114 par la méthode de votre choix (faire apparaître les calculs utilisés).
3. En déduire la forme irréductible de la fraction  $\frac{190}{114}$

.

<https://avosmaths.fr>