

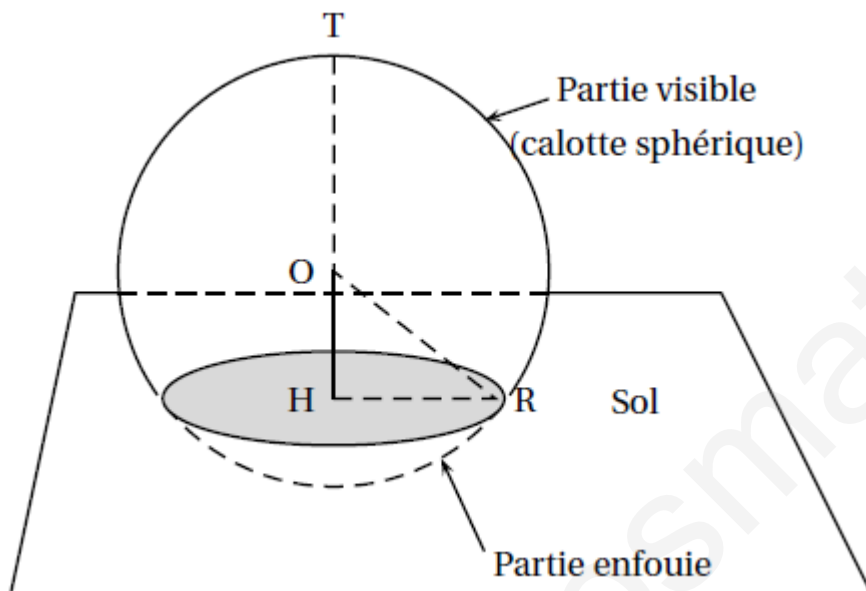
## Sujets de brevet sur la sphère

### Exercice 1 :

Pour attirer davantage de visiteurs dans sa ville, un maire décide de faire construire l'Aquarium du Pacifique. Les architectes prévoient de poser un énorme aquarium à l'entrée, dont la vitre a une forme sphérique.

#### **Partie 1**

La figure ci-dessous représente la situation. Cette figure **n'est pas en vraie grandeur**.



**1.** Calculer le volume en  $\text{m}^3$  d'une boule de rayon 5m. Donner l'arrondi à l'unité près.

On rappelle la formule du *volume d'une boule de rayon R* :

$$V_{\text{boule}} = \frac{4 \times \pi \times R^3}{3}$$

En réalité, l'aquarium est implanté dans le sol. La partie supérieure (visible aux visiteurs) est une « calotte sphérique ». La partie inférieure (enfouie) abrite les machines.

**a.** Quelle est la nature géométrique de la section entre le plan horizontal du sol et l'aquarium (la partie grisée sur la figure) ?

**b.** Le point O désigne le centre de la sphère. On donne les dimensions réelles suivantes :  $\text{OH} = 3\text{m}$ ;  $\text{RO} = 5\text{m}$ ;  $\text{HR} = 4\text{m}$ , où H et R sont les points placés sur le sol comme sur la figure. Le triangle OHR est-il rectangle ? Justifier.

**3. a.** T est un point de la sphère tel que les points T, O, H soient alignés comme sur la figure. Calculer la hauteur HT de la partie visible de l'aquarium.

**b.** Le volume d'une calotte sphérique de rayon 5m est donné par la formule :

$V_{\text{calotte}} = \frac{\pi \times h^2}{3} \times (15 - h)$  où h désigne sa hauteur (correspondant à la longueur HT sur la figure).

Calculer le volume en litres de cette calotte sphérique.

**c.** Pour cette question, on prendra comme volume de l'aquarium 469 000 litres.

Des pompes délivrent à débit constant de l'eau de mer pour remplir l'aquarium vide.

En 2 heures de fonctionnement, les pompes réunies y injectent 14 000 litres d'eau de mer.

Au bout de combien d'heures de fonctionnement, les pompes auront-elles rempli l'aquarium?

## Exercice 2 :

### Rappels :

• La formule pour calculer le volume d'un cylindre de révolution est donnée par

$$V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h \quad \text{avec } r \text{ le rayon et } h \text{ la hauteur du cylindre.}$$

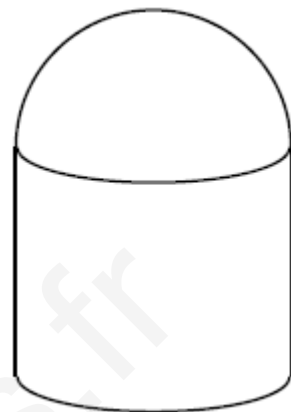
• La formule pour calculer le volume d'une boule est donnée par

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \quad \text{avec } r \text{ le rayon de la boule.}$$

Une entreprise doit construire des plots en béton pour border des trottoirs. Ces plots sont formés d'un cylindre de révolution surmonté d'une demi-boule.

La hauteur du cylindre doit être de 40 cm et son rayon de 20 cm.

1. Calculer la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$  du volume du cylindre.
2. Calculer la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$  du volume de la demi-boule.
3. Calculer le volume de béton nécessaire pour fabriquer 1 000 plots.  
Donner la réponse en  $\text{m}^3$ .



## Exercice 3 :

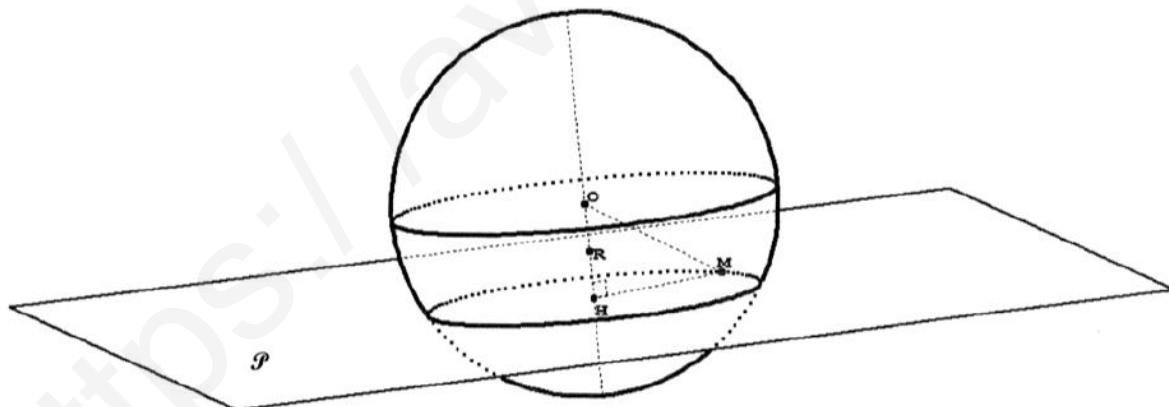
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule réponse est exacte.

Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Pour chacune des 3 questions, indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse correcte.

Pour répondre aux questions, observer la figure ci-dessous :



- O est le centre de la sphère,
- le plan P coupe la sphère suivant un cercle de centre H,
- M est un point de ce cercle,
- R est le milieu de [OH].

1)	Le point R appartient ...	à la sphère de centre O et de rayon OM.	à la boule de centre O et de rayon OM.	au plan P .
----	---------------------------	---	--	-------------

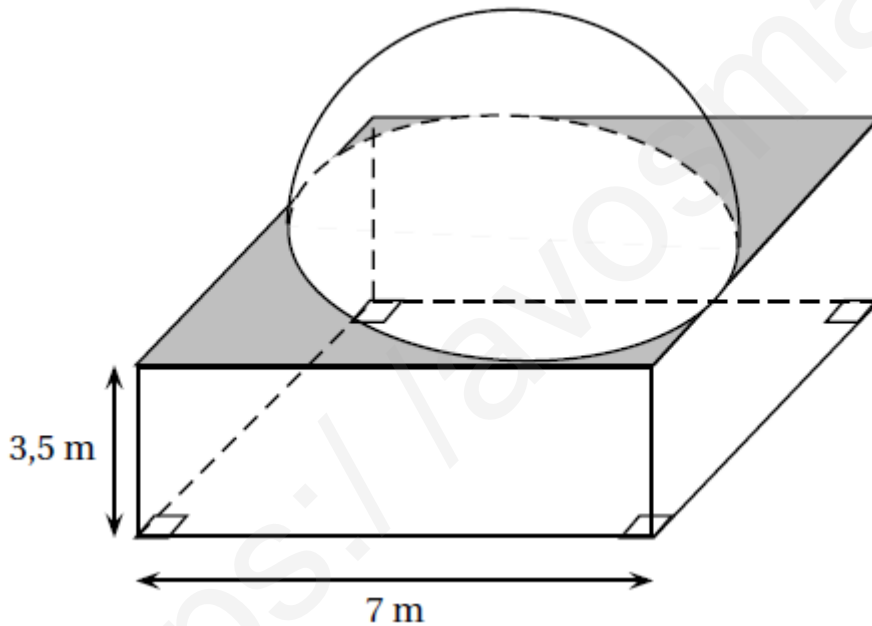
2)	La distance du point O au plan P est ...	OM	OR	OH
3)	Si $OM = 11,7$ cm et $HM = 10,8$ cm, alors $OH = \dots$	$4,5$ cm	$1,2$ cm	est $20,25$ cm

#### **Exercice 4 :**

BIENVENUE DANS LE PARC « D'ANI-MATH-ION »

Le parc vous accueille dans une entrée-billetterie : c'est un pavé droit à base carrée surmonté d'une coupole semi-sphérique, représenté ci-contre.

Les deux parties de ce problème sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.



#### **Partie 1**

Ouvert depuis quelques années, abîmé par les intempéries, ce bâtiment doit être repeint.

Toutes les surfaces extérieures sont repeintes, c'est-à-dire :

- les 4 faces latérales du pavé droit ;
- la partie plane du toit (parties grisées sur la figure) ;
- la coupole semi-sphérique.

1. Sachant que les ouvertures (portes et fenêtres, non représentées sur la figure) occupent une surface de  $18\text{m}^2$ , montrer que l'aire totale des surfaces à peindre est d'environ  $168\text{m}^2$ .

On rappelle que l'aire  $A$  d'une sphère de rayon  $R$  est donnée par la formule :  $A = 4\pi R^2$

2. On trouvera en annexe ci-dessous la facture correspondant aux travaux de peinture.

Compléter cette facture à l'aide des informations fournies ci-dessous :

- Un pot de 10 L de peinture permet de couvrir une surface de  $40\text{m}^2$  ;
- Le coût d'un pot de 10 L de peinture est de 400 €
- Un ouvrier peint une surface de  $42\text{m}^2$  à l'heure.

## Partie 1 : Question 2

Compléter la facture suivante :

Quantité	Désignation	Prix unitaire	Prix total
5	pots d'antirouille	500,00 €	2 500,00 €
.....	pots de peinture	400,00 €	.....
.....	heures (main d'œuvre)	35,00 €	.....
Total HT (coût hors taxe)			.....
Montant de la TVA à 19,6 %			.....
TOTAL TTC (coût toutes taxes comprises)			.....

## Partie 2

À l'entrée du parc d'ani-math-ion figurent les informations suivantes :

Tarifs	Horaires
Entrée adulte : 12€	Ouvert de 9 h à 18 h
Entrée enfant : 7 €	Dernières entrées à 17 h
Forfait famille (sur présentation du livret de famille) : 35€	Fermé le lundi

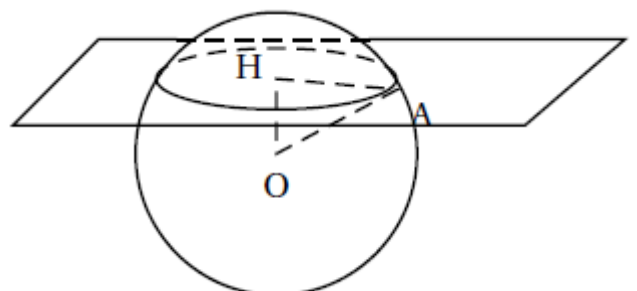
### 1. Le forfait famille

- Est-il intéressant pour un couple et leur enfant de 8 ans de prendre le forfait famille ?
  - À partir de quel nombre d'enfants, un couple a-t-il intérêt à choisir le forfait famille ?
2. Au cours d'une journée, 89 forfaits famille ont été vendus pour 510 personnes.
- Déterminer la recette correspondante.
  - Quel est le prix moyen par personne ?
3. Au cours de cette même journée, 380 personnes n'ont pas utilisé le forfait famille pour une recette correspondante de 3 660 €. Déterminer le nombre d'entrées adultes et le nombre d'entrées enfants vendues lors de cette journée.

### Exercice 5 :

On rappelle la formule du volume d'une boule qui est :  $\frac{4 \times \pi \times R^3}{3}$

- Calculer la valeur, arrondie au  $\text{cm}^3$ , du volume d'une boule de rayon  $R = 7 \text{ cm}$ .
- On réalise la section de la sphère de centre  $O$  et de rayon  $OA = 7 \text{ cm}$  par un plan, représenté ci-contre. Quelle est la nature de cette section ?
- Calculer la valeur exacte du rayon  $HA$  de cette section sachant que  $OH = 4 \text{ cm}$ .



### Exercice 6 :

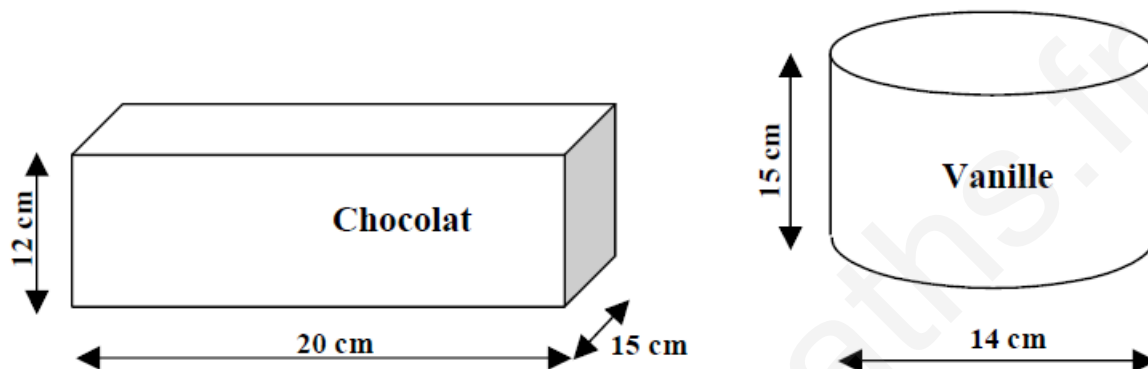
Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.

Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.

#### Rappels :

$$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h$$

$$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$



Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.

- a.** Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est  $3\,600\text{ cm}^3$ .
- b.** Calculer la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$  du volume d'un pot de glace à la vanille.
- 2.** Calculer la valeur arrondie au  $\text{cm}^3$  du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.
- 3. Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.** Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

### Exercice 7 :

Michel achète une glace au chocolat. Elle a la forme d'une boule posée sur un cône comme sur la figure ci-contre. Michel, qui est gourmand, se demande s'il ne serait pas plus intéressant de remplir le cône à ras bord avec de la glace plutôt que de poser une boule sur le cône.

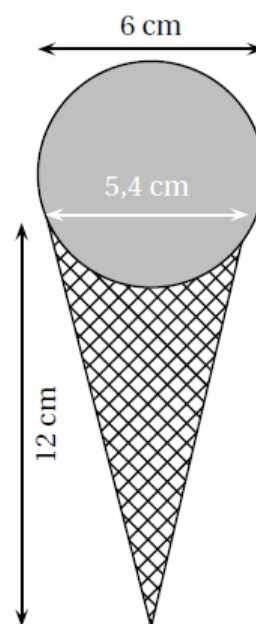
On rappelle les formules suivantes :

- Volume d'une boule de rayon  $R$  :  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .

- Volume d'un cône de hauteur  $h$  dont la base a pour rayon  $R$  :

$$\frac{1}{3}\pi R^2 h.$$

- 1.** Calculer le volume de la boule de glace (on donnera la valeur exacte).
- 2.** Calculer le volume du cône (on donnera la valeur exacte).
- 3.** Conclure.



### Exercice 8 :

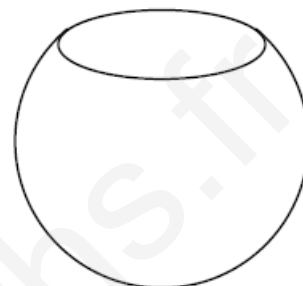
1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.
2. Un aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.
  - a. Calculer le volume, en  $\text{cm}^3$ , de ce pavé droit.
  - b. On rappelle qu'un litre correspond à  $1\,000\text{ cm}^3$ . Combien de litres d'eau cet aquarium peut-il contenir ?

Aucune justification n'est demandée.

3. Parmi les formules suivantes, recopier celle qui donne le volume, en  $\text{cm}^3$ , d'une boule de diamètre 30 cm :

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 30^3 \qquad 4 \pi \times 15^2 \qquad \frac{4}{3} \times \pi \times 15^3$$

4. Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts du volume d'une boule de diamètre 30 cm. On verse son contenu dans le premier aquarium. À quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner une valeur approchée au millimètre.



### Exercice 9 :

On considère les trois solides suivants :

- la boule de centre O et de rayon SO tel que  $SO = 3\text{ cm}$
- la pyramide SEFGH de hauteur 3 cm dont la base est le carré EFGH de côté 6 cm
- le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

Ces trois solides sont placés dans un récipient.

Ce récipient est représenté par le pavé droit ABCDIJKL de hauteur 15 cm dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.

1. Calculer le volume du cube ABCDEFGH en  $\text{cm}^3$ .
2. Calculer le volume de la pyramide SEFGH en  $\text{cm}^3$ .
3. Calculer le volume de la boule en  $\text{cm}^3$ . (on arrondira à l'unité près)
4. En déduire le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKL en  $\text{cm}^3$ .

5. Dans cette question, écrire tous les calculs

**permettant de justifier votre réponse.**

**Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.**

Pourra-t-on verser dans ce récipient 20 cl d'eau sans qu'elle ne déborde ?

**La figure n'est pas en vraie grandeur**

**Rappels :**

– Le volume d'une pyramide se calcule grâce à la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times h \times B \text{ où } h \text{ est la hauteur de la pyramide et } B \text{ l'aire}$$

de sa base.

– Le volume d'une boule se calcule grâce à la formule :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \text{ où } r \text{ est le rayon de la boule.}$$

–  $1\text{ dm}^3 = 1\text{ L}$

Schéma :

