Sujets de brevet sur les fonctions

Exercice 1 :

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus » pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal » qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1) Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski. Compléter, sans justifier, le tableau fourni en ANNEXE à rendre avec la copie.

2) Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.
On considère les trois fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 90 + 18{,}5x$ $\qquad$ $g(x) = 448{,}5$ $\qquad$ $h(x) = 36{,}5x$

a) Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?

b) Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.

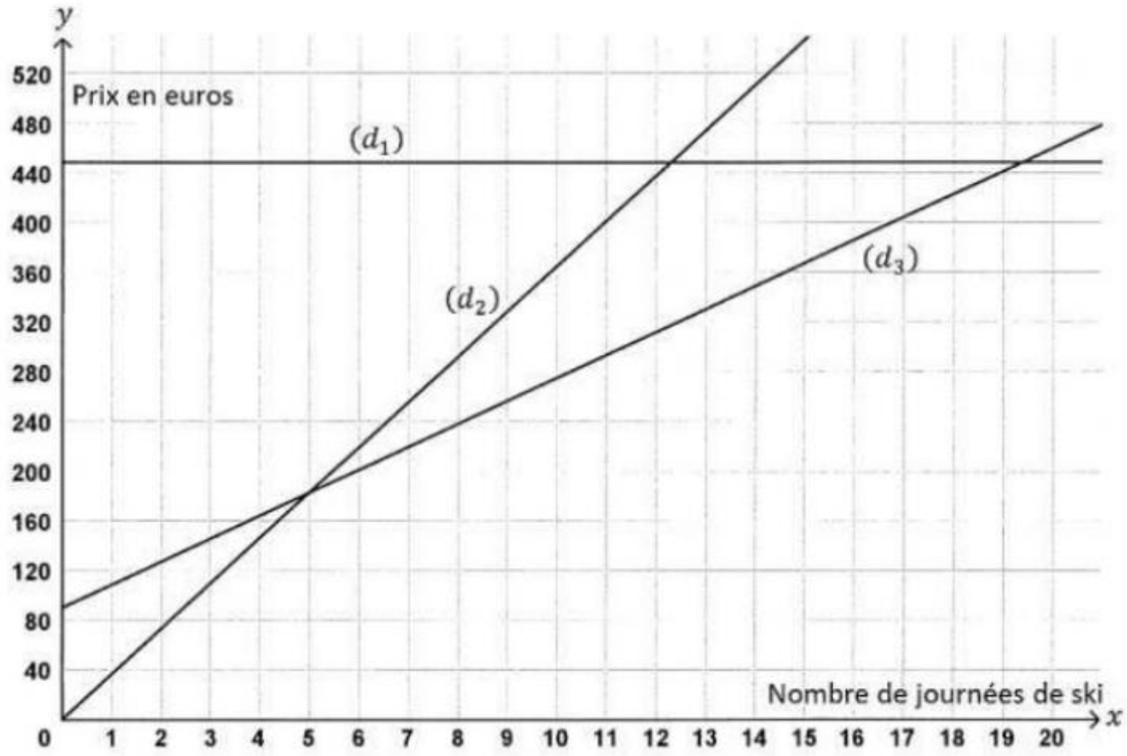
c) Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.

3) On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique page 7.
Sans justifier et à l'aide du graphique :

a) Associer chaque représentation graphique (d_1), (d_2) et (d_3) à la fonction f, g ou h correspondante.

b) Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.

c) Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.



Annexe :

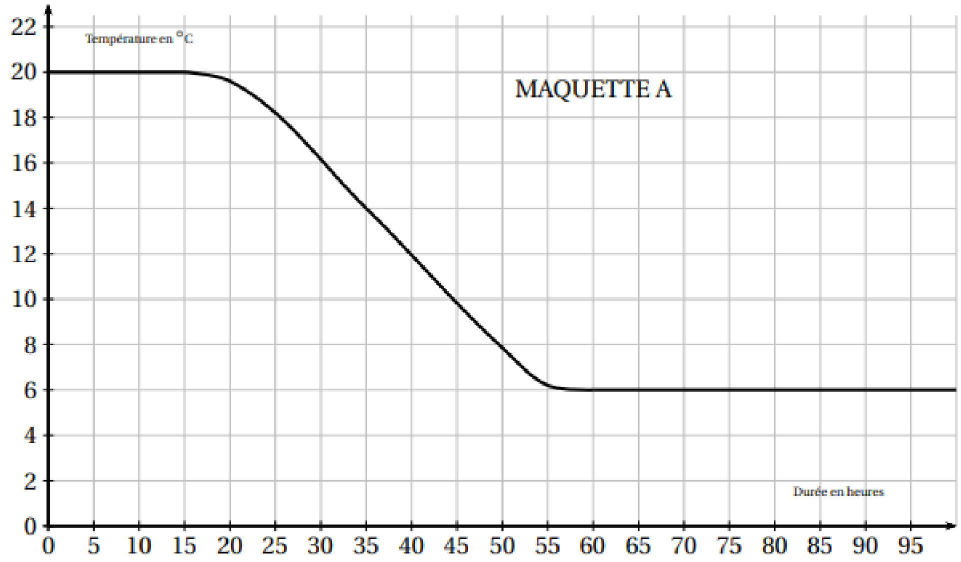
Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €		
Formule B	127 €		
Formule C	448,50 €		

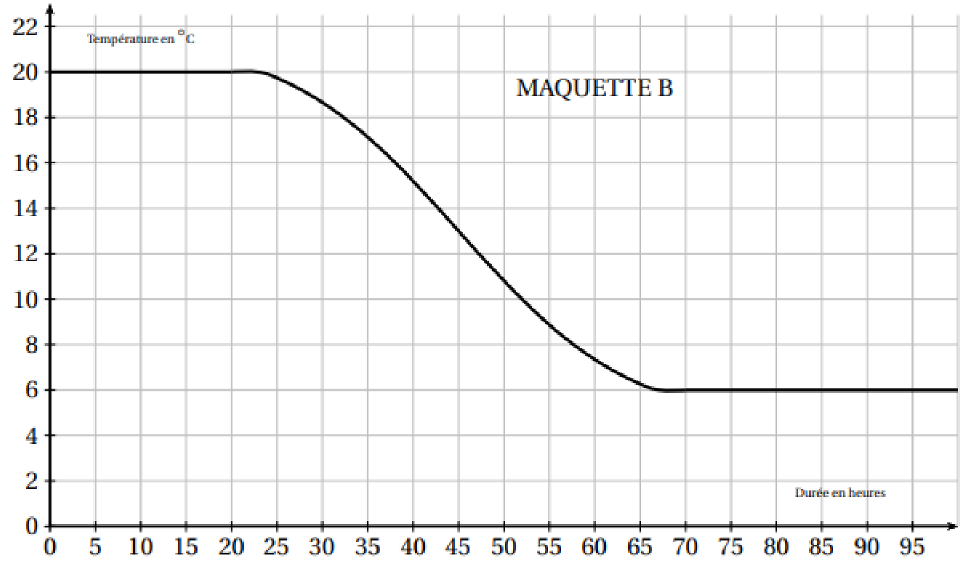
Exercice 2 :

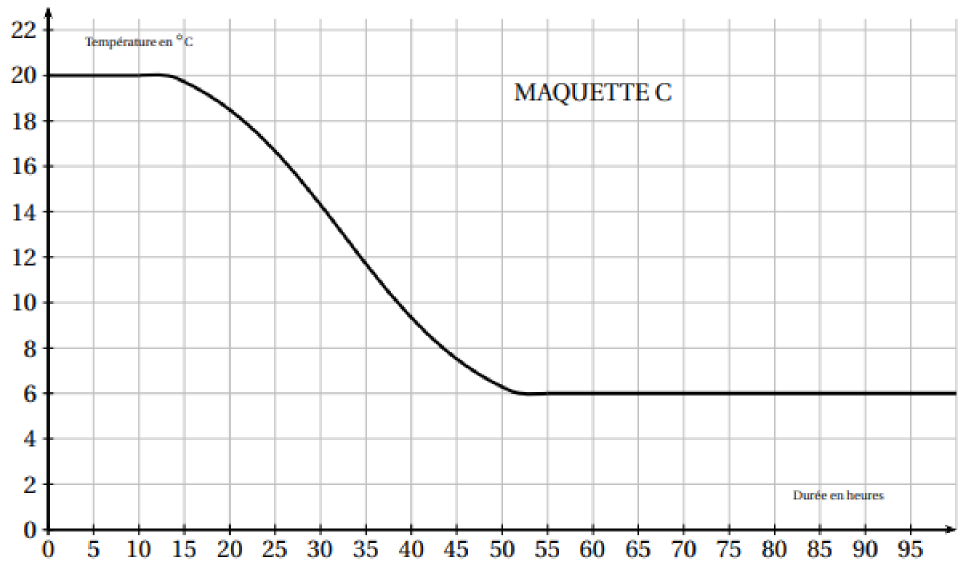
Partie 1 :

Pour réaliser une étude sur différents isolants, une société réalise 3 maquettes de maison strictement identiques à l'exception près des isolants qui diffèrent dans chaque maquette. On place ensuite ces 3 maquettes dans une chambre froide réglée à 6°C.

On réalise un relevé des températures ce qui permet de construire les 3 graphiques suivants :







1. Quelle était la température des maquettes avant d'être mise dans la chambre froide ?

2. Cette expérience a-t-elle duré plus de 2 jours ? Justifier votre réponse.

3. Quelle est la maquette qui contient l'isolant le plus performant ? Justifier votre réponse.

Partie 2 : Pour respecter la norme RT2012 des maisons BBC (Bâtiments Basse Consommation), il faut que la résistance thermique des murs notée R soit supérieure ou égale à 4.

Pour calculer cette résistance thermique, on utilise la relation : $R = \frac{e}{c}$

où e désigne l'épaisseur de l'isolant en mètre et c désigne le coefficient de conductivité thermique de l'isolant.

Ce coefficient permet de connaître la performance de l'isolant.

1. Noa a choisi comme isolant la laine de verre dont le coefficient de conductivité thermique est : c = 0,035.

Il souhaite mettre 15 cm de laine de verre sur ses murs.

Sa maison respecte-t-elle la normé RT2012 des maisons BBC ?

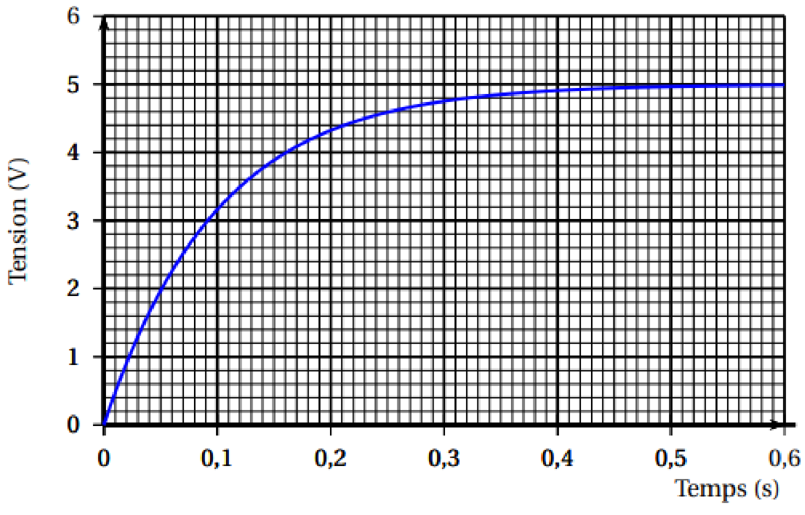
2. Camille souhaite obtenir une résistance thermique de 5 (R = 5).

Elle a choisi comme isolant du liège dont le coefficient de conductivité thermique est : c = 0,04.

Quelle épaisseur d'isolant doit-elle mettre sur ses murs ?

Exercice 3 :

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard. Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.

2. Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?

3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à 5 V

Exercice 4 :

Pour mesurer les précipitations, Météo France utilise deux sortes de pluviomètres :
— des pluviomètres à lecture directe;

— des pluviomètres électroniques.

La mesure des précipitations s'exprime en millimètre.

On donne ainsi la hauteur d'eau H qui est tombée en utilisant la formule : $H = \frac{V}{S}$ où

V est le volume d'eau tombée sur une surface S.

Pour H exprimée en mm, V est exprimé en mm^3 et S en mm^2 .

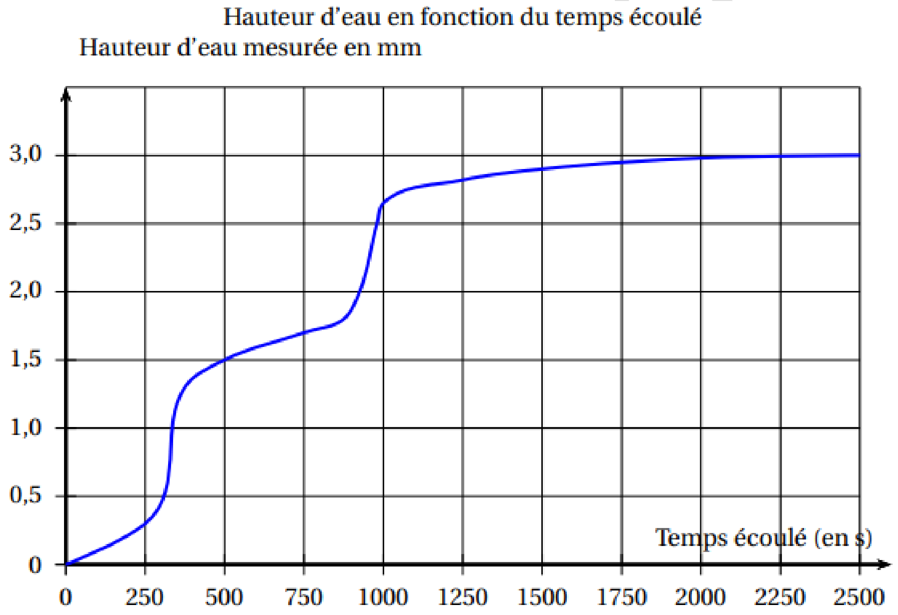
Partie I : Pluviomètres à lecture directe

Ces pluviomètres sont composés d'un cylindre de réception et d'un réservoir conique gradué.

1. Vérifier à l'aide de la formule que lorsqu'il est tombé 1 mm de pluie, cela correspond à 1 L d'eau tombée sur une surface de 1 m^2 .

2. Un pluviomètre indique 10 mm de pluie. La surface qui reçoit la pluie est de 0,01 m^2 . Quel est le volume d'eau dans ce pluviomètre ?

Partie II : Pluviomètres électroniques Durant un épisode pluvieux, on a obtenu le graphique suivant grâce à un pluviomètre électronique



1. L'épisode pluvieux a commencé à 17 h 15.

Vers quelle heure la pluie s'est-elle arrêtée ?

2. On qualifie les différents épisodes pluvieux de la façon suivante

Types de pluie	Vitesse d'accumulation
Pluie faible	Jusqu'à 2,5 mm/h
Pluie modérée	Entre 2,6 à 7,5 mm/h
Pluie forte	Supérieure à 7,5 mm/h

À l'aide des informations données par le graphique et le tableau ci-dessus, cette pluie serait-elle qualifiée de faible, modérée ou forte ?

Exercice 5 :

Le 17 juillet 2016, une spectatrice regarde l'étape « Bourg-en-Bresse / Culoz » du Tour de France.

Elle note, toutes les demi-heures, la distance parcourue par le cycliste français Thomas Vœckler qui a mis 4 h 30 min pour parcourir cette étape de 160 km; elle oublie seulement de noter la distance parcourue par celui-ci au bout de 1 h de course. Elle obtient le tableau suivant :

Temps en heure	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Distance en km	0	15	...	55	70	80	100	110	135	160

1. Quelle distance a-t-il parcourue au bout de 2 h 30 min de course ?

2. Montrer qu'il a parcouru 30 km lors de la troisième heure de course.

3. A-t-il été plus rapide lors de la troisième ou bien lors de la quatrième heure de course ?

4. Répondre aux questions qui suivent sur le quadrillage ci-dessous , qui est à rendre avec la copie.

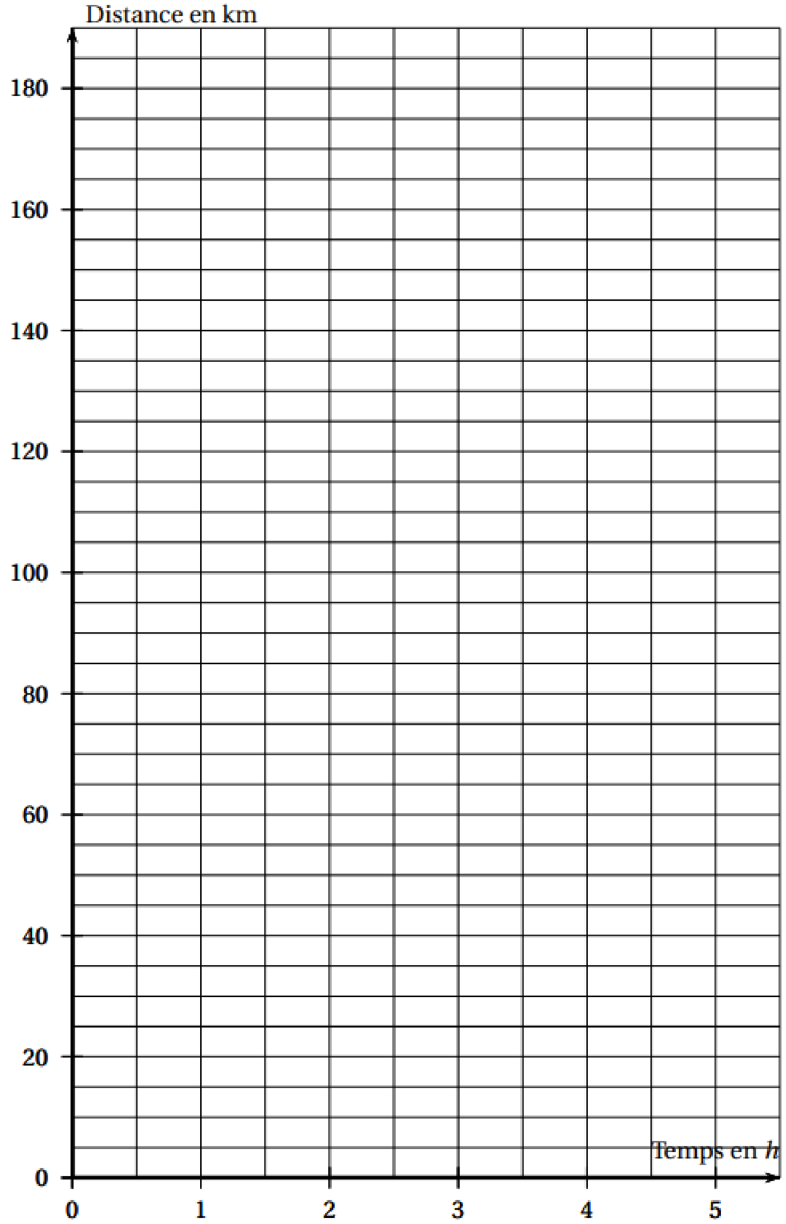
a. Placer les 9 points du tableau dans le repère. On ne peut pas placer le point d'abscisse 1 puisque l'on ne connaît pas son ordonnée.

b. En utilisant votre règle, relier les points consécutifs entre eux.

5. En considérant que la vitesse du cycliste est constante entre deux relevés, déterminer, par lecture graphique, le temps qu'il a mis pour parcourir 75 km.

6. On considère que la vitesse du cycliste est constante entre le premier relevé effectué au bout de 0,5 h de course et le relevé effectué au bout de 1,5 h de course; déterminer par lecture graphique la distance parcourue au bout de 1 h de course.

7. Soit f la fonction, qui au temps de parcours du cycliste Thomas Vœckler, associe la distance parcourue. La fonction f est-elle linéaire ?



Exercice 6 :

Pour des raisons de santé, il est conseillé de limiter ses efforts durant des activités sportives, afin de ne pas dépasser un certain rythme cardiaque.

La fréquence cardiaque est donnée en pulsations/minute.

L'âge est donné en année.

Autrefois, la relation entre l'âge x d'une personne et $f(x)$ la fréquence cardiaque maximale recommandée était décrite par la formule suivante : $f(x) = 220 - x$.

Des recherches récentes ont montré que cette formule devait être légèrement modifiée.

La nouvelle formule est : $g(x) = 208 - 0,7x$.

1. a. Avec la formule $f(x)$, quelle est la fréquence cardiaque maximale recommandée pour un enfant de 5 ans ?

b. Avec la formule $g(x)$, quelle est la fréquence cardiaque maximale recommandée pour un enfant de 5 ans ?

2. a. Sur l'annexe , compléter le tableau de valeurs.

b. Sur l'annexe , tracer la droite d représentant la fonction f dans le repère tracé.

c. Sur le même repère, tracer la droite d ′ représentant la fonction g .

3. Un journal commente : « Une des conséquences de l'utilisation de la nouvelle formule au lieu de l'ancienne est que la fréquence cardiaque maximale recommandée diminue légèrement pour les jeunes et augmente légèrement pour les personnes âgées. »

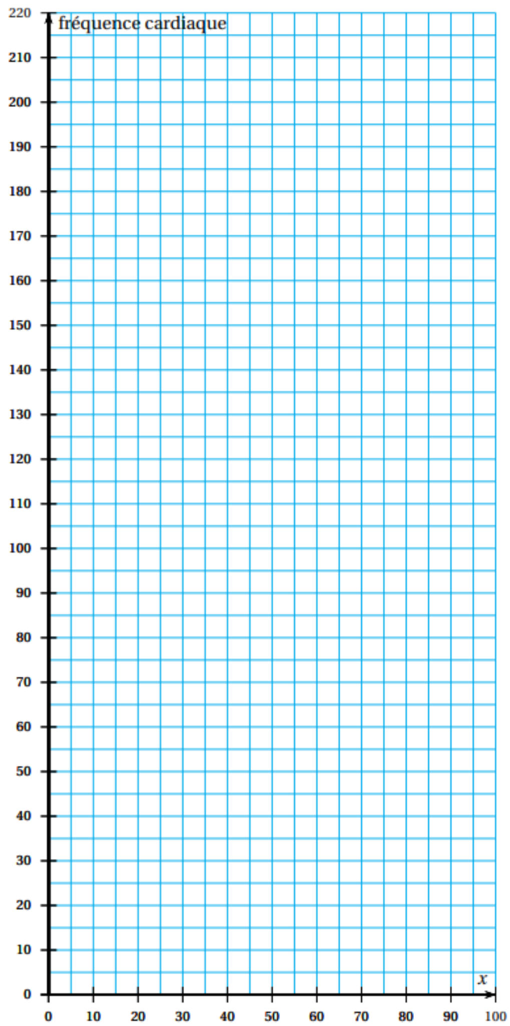
Selon la nouvelle formule, à partir de quel âge la fréquence cardiaque maximale recommandée est-elle supérieure ou égale à celle calculée avec l'ancienne formule ? Justifier.

4. Des recherches ont démontré que l'exercice physique est le plus efficace lorsque la fréquence cardiaque atteint 80 % de la fréquence cardiaque maximale recommandée donnée par la nouvelle formule.

Calculer pour une personne de 30 ans la fréquence cardiaque, en pulsations/minute, pour que l'exercice physique soit le plus efficace.

Annexe :

x	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f(x)$											
$g(x)$											



Exercice 7 :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Ajouter 1 à ce nombre
- Calculer le carré du résultat
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.
- Écrire le résultat.

1. On choisit 4 comme nombre de départ. Prouver par le calcul que le résultat obtenu avec le programme est 9.

2. On note x le nombre choisi.

a. Exprimer le résultat du programme en fonction de x.

b. Prouver que ce résultat est égal à $2x + 1$.

3. Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x + 1$.

a. Calculer l'image de 0 par f.

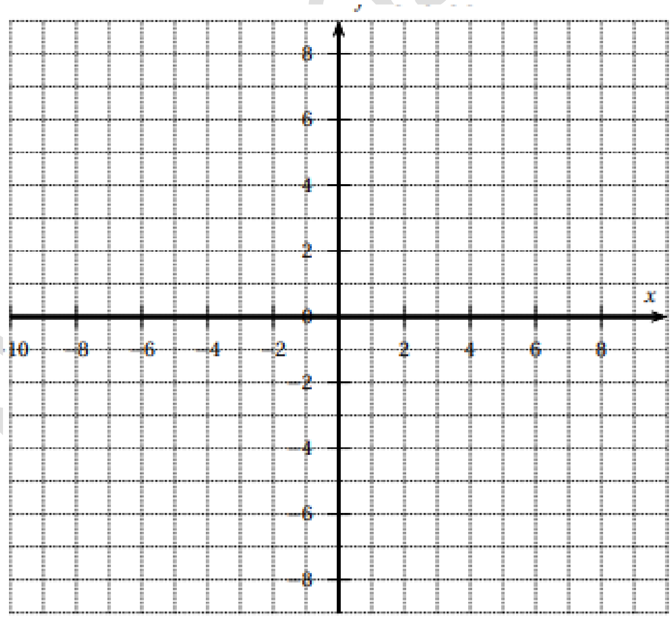
b. Déterminer par le calcul l'antécédent de 5 par f.

c. En annexe , tracer la droite représentative de la fonction f.

d. Par lecture graphique, déterminer le résultat obtenu en choisissant −3 comme nombre de départ dans le programme de calcul.

Sur l'annexe, laisser les traits de construction apparents.

Annexe :



Exercice 8 :

Sur une facture de gaz, le montant à payer tient compte de l'abonnement annuel et du prix correspondant au nombre de kilowattheures (kWh) consommés.

Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Prix du kWh	Abonnement annuel
Tarif A (en €)	0,0609	202,43
Tarif B (en €)	0,0574	258,39

En 2016, la famille de Romane a consommé 17 500 kWh.

Le montant annuel de la facture de gaz correspondant était de 1 268,18 €.

1. Quel est le tarif souscrit par cette famille ?

Depuis 2017, cette famille diminue sa consommation de gaz par des gestes simples (baisser le chauffage de quelques degrés, mettre un couvercle sur la casserole d'eau pour la porter à ébullition, réduire le temps sous l'eau dans la douche, etc.).

2. En 2017, cette famille a gardé le même fournisseur de gaz, mais sa consommation en kWh a diminué de 20 % par rapport à celle de 2016.

a. Déterminer le nombre de kWh consommés en 2017.

b. Quel est le montant des économies réalisées par la famille de Romane entre 2016 et 2017 ?

3. On souhaite déterminer la consommation maximale assurant que le tarif A est le plus avantageux.

Pour cela :

• on note x le nombre de kWh consommés sur l'année.

• on modélise les tarifs A et B respectivement par les fonctions f et g :

$f(x) = 0{,}0609x + 202{,}43$ et $g(x) = 0{,}0574x + 258{,}39$.

a. Quelles sont la nature et la représentation graphique de ces fonctions ?

b. Résoudre l'inéquation : $f(x) < g(x)$.

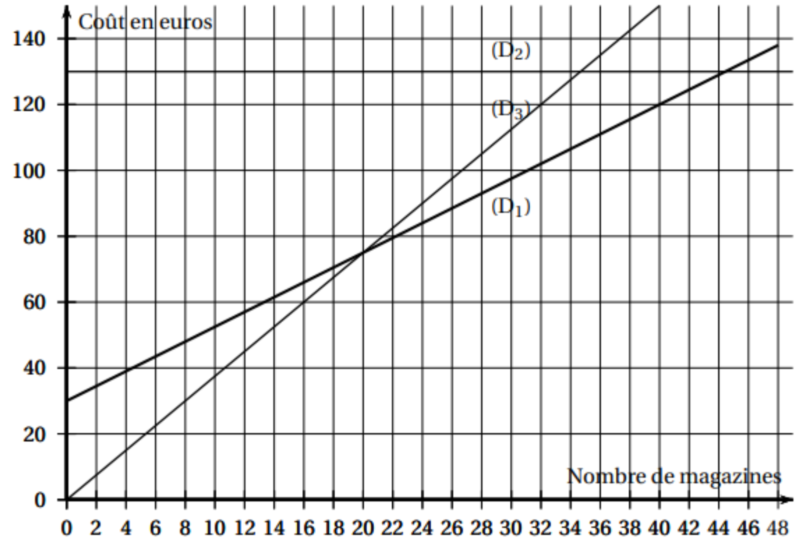
c. En déduire une valeur approchée au kWh près de la consommation maximale pour laquelle le tarif A est le plus avantageux.

Exercice 9 :

Une personne s'intéresse à un magazine sportif qui parait une fois par semaine. Elle étudie plusieurs formules d'achat de ces magazines qui sont détaillées ci-après.

- Formule A - Prix du magazine à l'unité : 3,75 € ;
- Formule B - Abonnement pour l'année : 130 € ;
- Formule C - Forfait de 30 € pour l'année et 2,25 € par magazine.

On donne ci-dessous les représentations graphiques qui correspondent à ces trois formules.



1. Sur votre copie, recopier le contenu du cadre ci-dessous et relier par un trait chaque formule d'achat avec sa représentation graphique.

Formule A ×	×(D1)
Formule B ×	×(D2)
Formule C ×	×(D3)

2. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.

Les traits de construction devront apparaitre sur le graphique qui est à rendre avec la copie.

a. En choisissant la formule A, quelle somme dépense-t-on pour acheter 16 magazines dans l'année ?

b. Avec 120 (, combien peut-on acheter de magazines au maximum dans une année avec la formule C ?

c. Si on décide de ne pas dépasser un budget de 100 (pour l'année, quelle est alors la formule qui permet d'acheter le plus grand nombre de magazines ?

3. Indiquer la formule la plus avantageuse selon le nombre de magazines achetés dans l'année.

Exercice 10 :

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraineur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-contre.

Entrainement course à pied

10,5 km	1 h 03 min	6 min/km
Distance	Durée	Allure moyenne

851	35 m
Calories	Gain altitude

L'allure moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

1. Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne.

Calculer cette vitesse moyenne en km/h.

2. Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \dfrac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.

Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).

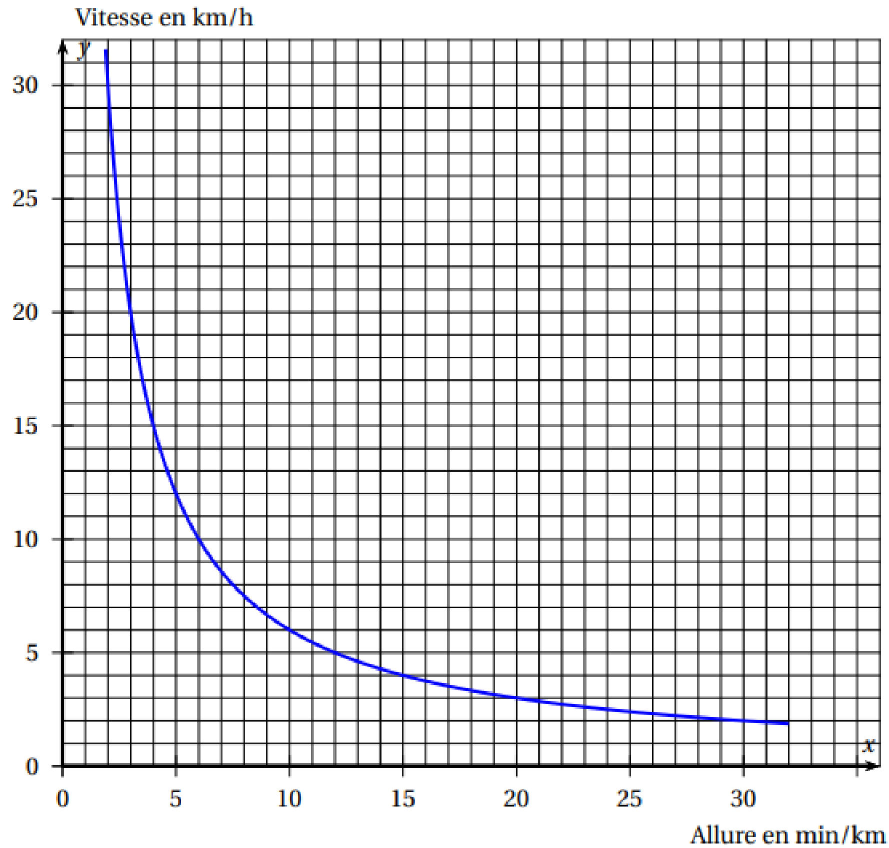
a. La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.

b. Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km. Calculer l'image de 5 par f . Que représente le résultat obtenu ?

3. Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous :

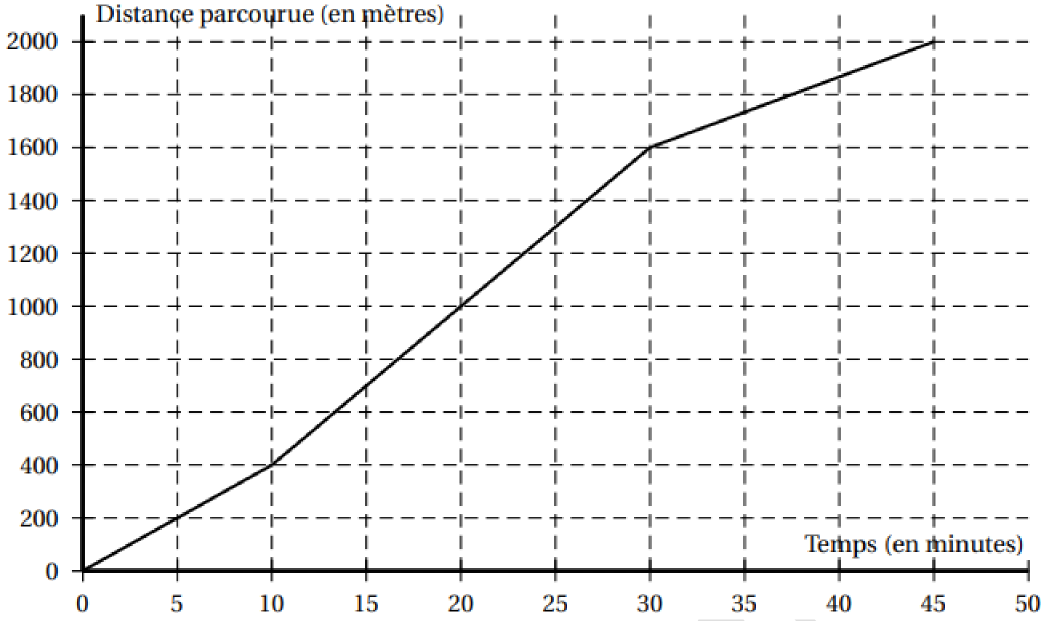
a. Donner un antécédent de 10 par la fonction f .

b. Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



Exercice 11 :

On étudie les performances de deux nageurs (nageur 1 et nageur 2). La distance parcourue par le nageur 1 en fonction du temps est donnée par le graphique ci-dessous.



1. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

Aucune justification n'est demandée.

a. Quelle est la distance totale parcourue lors de cette course par le nageur 1 ?

b. En combien de temps le nageur 1 a-t-il parcouru les 200 premiers mètres ?

2. Y a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et le temps sur l'ensemble de la course ? Justifier.

3. Montrer que la vitesse moyenne du nageur 1 sur l'ensemble de la course est d'environ 44 m/min.

4. On suppose maintenant que le nageur 2 progresse à vitesse constante.

La fonction f définie par $f(x) = 50x$ représente la distance qu'il parcourt en fonction du temps x.

a. Calculer l'image de 10 par f .

b. Calculer $f(30)$.

5. Les nageurs 1 et 2 sont partis en même temps,

a. Lequel est en tête au bout de 10 min ? Justifier.

b. Lequel est en tête au bout de 30 min ? Justifier.

Exercice 12 :

1. On considère la fonction g représentée dans le repère en annexe .

a. Donner l'antécédent de 4 par la fonction g .

b. Dans l'annexe , compléter le tableau de valeurs de la fonction g .

2. La fonction f est donnée par $f(x) = 2x$.

a. Quelle est l'image de −2 par la fonction f ?

b. Calculer $f(3)$.

c. Dans l'annexe , tracer la représentation graphique de la fonction f .

3. Déterminer graphiquement l'abscisse du point d'intersection S des deux représentations graphiques.

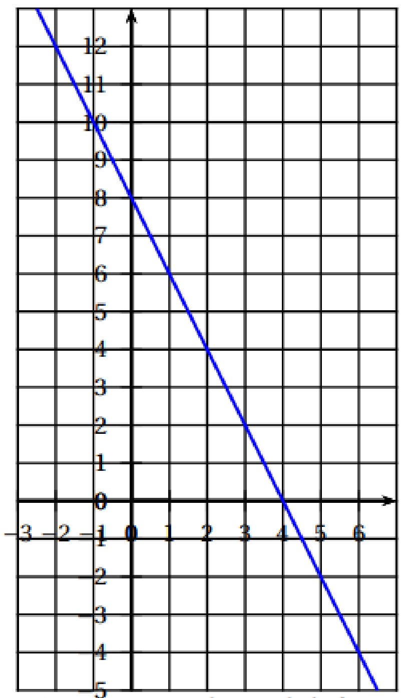
Faire apparaître en pointillés la lecture sur le graphique de l'annexe .

4. L'expression de la fonction g est $g(x) = -2x + 8$.

a. Résoudre l'équation $2x = -2x + 8$

b. Que représente graphiquement le résultat précédent ?

Annexe :



Représentation graphique de la fonction

x	-2		4	
$g(x)$		8		-4