

Sujets de brevet sur le calcul littéral

Exercice 1 :

On considère l'expression $E = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$.

- Développer E.
- Factoriser E et vérifier que $E = 2F$, où $F = x(x - 2)$.
- Déterminer tous les nombres x tels que $(x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2) = 0$

Exercice 2 :

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle. [OB] et [OF] sont des murs, $OB = 6$ m et $OF = 4$ m.

La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un enclos rectangulaire OCDE.

Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.

Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

- En plaçant C pour que $BC = 5$ m, elle obtient que $FE = 15$ m.
 - Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.
 - Justifier que l'aire A de l'enclos OCDE est 209 m^2 .
- Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier :

« En notant $BC = x$, on a $A(x) = -x^2 + 18x + 144$ »

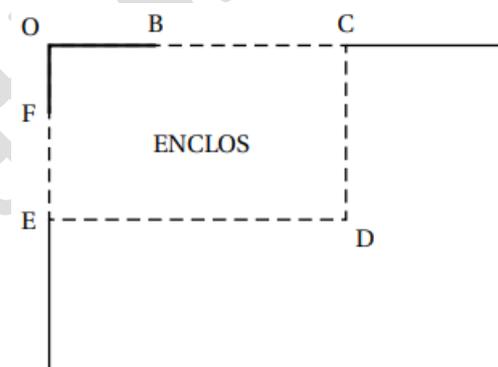
Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question 1.

3. Dans cette partie, les questions a. et b. ne nécessitent pas de justification.

a. Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

	B2	=-B1*B1+18*B1+144								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?



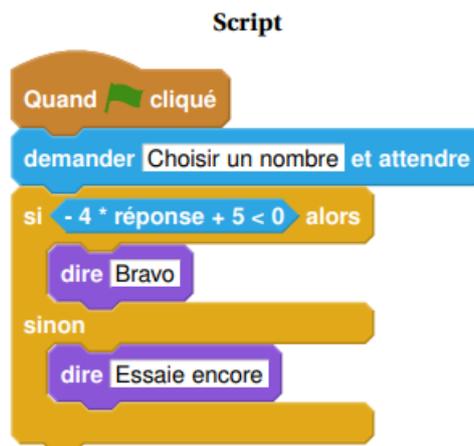
- b. Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin obtenir un enclos d'aire maximale ?
- c. Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu

Exercice 3 :

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre;
- Le multiplier par - 4;
- Ajouter 5 au résultat.

1. Vérifier que lorsque l'on choisit -2 avec ce programme, on obtient 13.
2. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir -3 ?
3. Salomé fait exécuter le script suivant :



- a. Quelle sera la réponse du lutin si elle choisit le nombre 12 ?
- b. Quelle sera la réponse du lutin si elle choisit le nombre -5 ?
4. Le programme de calcul ci-dessus peut se traduire par l'expression littérale $-4x + 5$ avec x représentant le nombre choisi.

Résoudre l'inéquation suivante : $-4x + 5 < 0$

5. À quelle condition, portant sur le nombre choisi, est-on certain que la réponse du lutin sera « Bravo »

Exercice 4 :

1. Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en 24,07 secondes.

A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?

2. On donne l'expression $E = (3x + 8)^2 - 64$.

a. Développer E.

b. Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x + 16)$.

c. Résoudre l'équation $(3x + 8)^2 - 64 = 0$.

3. La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.

On peut la calculer à l'aide de la formule suivante : $d = k \times V^2$

avec d : distance de freinage en m V : vitesse du véhicule en m/s

k : coefficient dépendant de l'état de la route

- k = 0,14 sur route mouillée
- k = 0,08 sur route sèche.

Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m ?

Exercice 5 :

Programme A	Programme B
<ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre• Soustraire 3• Calculer le carré du résultat obtenu	<ul style="list-style-type: none">• Choisir un nombre• Calculer le carré de ce nombre• Ajouter le triple du nombre de départ• Ajouter 7

1. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

2. Tidjane choisit le nombre -5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

3. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B2		$= (B1-3) \cdot r^2$						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

4. Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat.

Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x .

a. Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$,

b. Écrire le résultat du programme B.

c. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel

Exercice 6 :

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

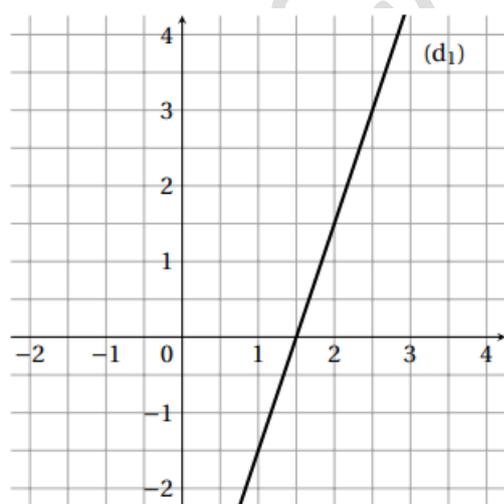
1. $A = 2x(x - 1) - 4(x - 1)$. Développer et réduire l'expression A.

2. Montrer que le nombre -5 est une solution de l'équation $(2x + 1) \times (x - 2) = 63$.

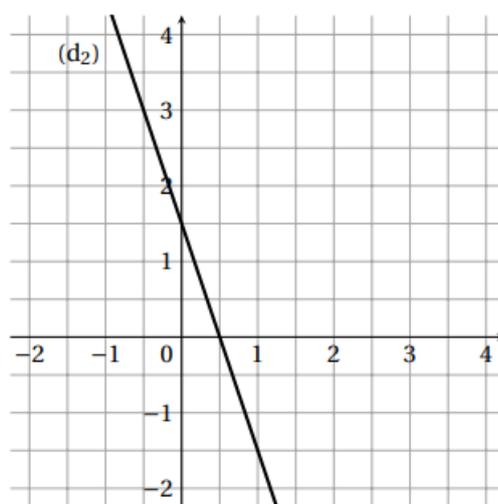
3. On considère la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1,5$.

a. Parmi les deux graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente la fonction f ?

b. Justifiez votre choix.



Graphique A



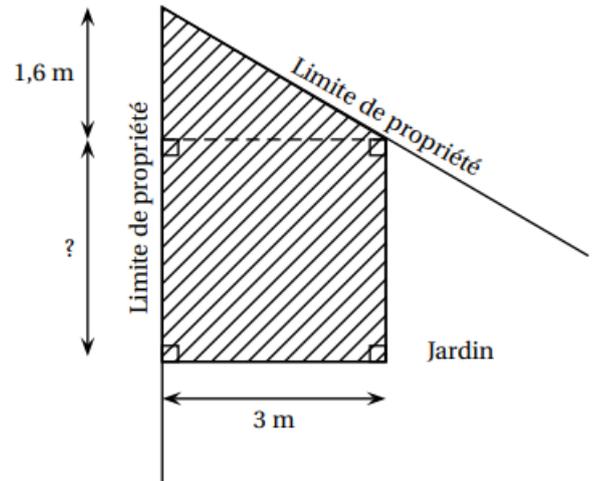
Graphique B

Exercice 7 :

Paul veut construire un garage dans le fond de son jardin.

Sur le schéma ci-contre, la partie hachurée représente le garage positionné en limite de propriété.

Les longueurs indiquées (1,6 m et 3 m) sont imposées; la longueur marquée par un point d'interrogation est variable.



Toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans la notation.

Sachant que la surface du garage ne doit pas dépasser 20 m^2 , quelle valeur maximale peut-il choisir pour cette longueur variable

Exercice 8 :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.

2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x+8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

On pose $B = (4+x)^2 - x^2$.

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

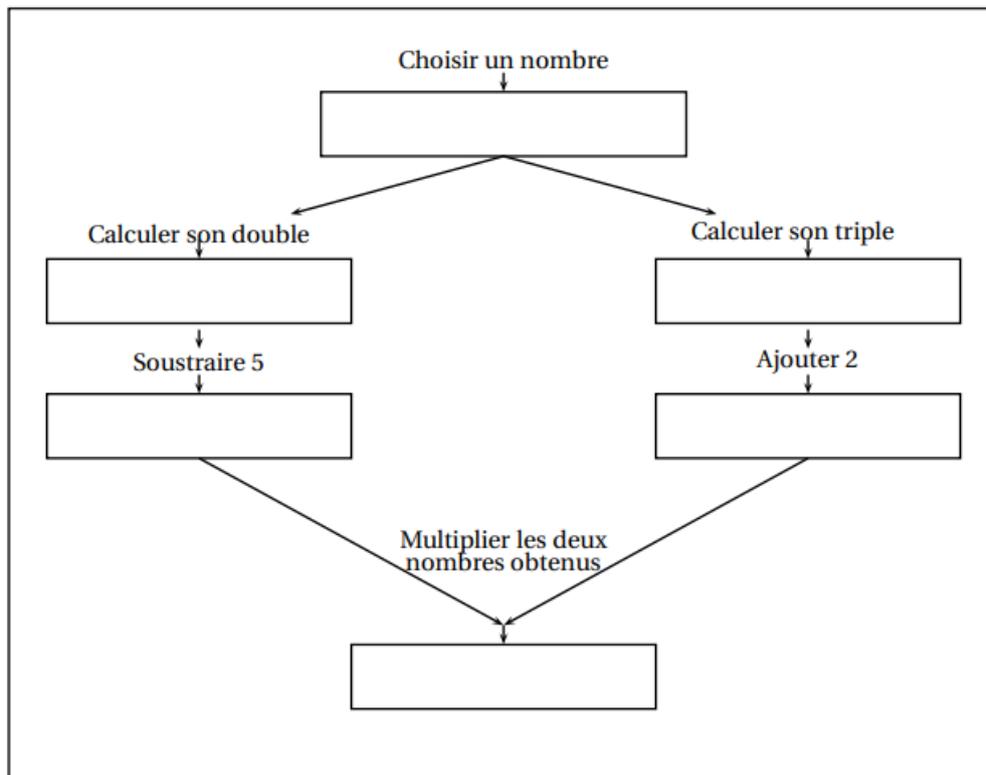
4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

- Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
- Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Exercice 9 :

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



1. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est -15 .
2. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

$$A = (x^2 - 5) \times (3x + 2) \quad B = (2x - 5) \times (3x + 2) \quad C = 2x - 5 \times 3x + 2$$

3. Lily prétend que l'expression $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x .

L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 10 :

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 1
- Élever le résultat au carré
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ

1. Montrer que lorsqu'on choisit le nombre 2 au départ, on obtient le nombre 5 au final.

2. Quel résultat obtient-on lorsqu'on choisit au départ le nombre -3 ?

3. On définit une fonction f qui, à tout nombre x choisi à l'entrée du programme, associe le résultat obtenu à la fin de ce programme.

Ainsi, pour tout x , on obtient $f(x) = (x + 1)^2 - x^2$

Montrer que $f(x) = 2x + 1$.

4. Cette question est un questionnaire à choix multiples (QCM). Dans chaque cas, une seule réponse est correcte. Pour chacune des questions, écrire sur la copie le numéro de la question et la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La représentation graphique de la fonction f est :	La représentation A	La représentation B	La représentation C
2. En utilisant la représentation A, l'image de 1 par la fonction représentée est :	4	-2	0
3. En utilisant la représentation B, l'antécédent de 3 par la fonction représentée est :	-1	-5	2

